

Diseño de Control de Formación basado en Modos Deslizantes para un Grupo de Quad-Rotors

Abstract—El presente trabajo trata sobre el diseño de controladores por modos deslizantes continuos para un sistema multiagente, conformado por vehículos aéreos del tipo Quad-Rotor. El esquema multiagente considerado es del tipo centrado en el líder. El esquema de control considera perturbaciones y se muestra la efectividad de los controladores diseñados, a través de simulaciones y de un análisis comparativo con el fin de determinar cuál de los controladores presenta el mejor desempeño.

Index Terms—Sistema multiagente, Controladores por modos deslizantes, Vehículos aéreos no tripulados, Quad-Rotors

I. INTRODUCCIÓN

Durante las últimas dos décadas, la investigación sobre el control cooperativo aplicado a sistemas de tipo multiagentes ha sido de gran interés. Esto se debe a las diversas aplicaciones potenciales en áreas civiles y militares [1]. Por ejemplo, algunas de estas aplicaciones comprenden la creación de figuras geométricas en un entorno controlado [2], el transporte cooperativo (ver *e.g.*, [3] y [4]), el mapeo, y la localización [5].

El objetivo del estudio del control cooperativo de multiagentes es el de diseñar una ley de control que considere la dinámica de los robots y la topología de interacción entre ellos, con el fin de alcanzar los objetivos del grupo. El uso de múltiples robots que trabajan en cooperación para realizar una tarea, puede proporcionar robustez ante fallas y reducir el costo en tareas de alta complejidad, entre otros beneficios.

En la literatura, se han desarrollado varias estrategias de control cooperativo con grupos de Quad-Rotors. El control de formación es un problema fundamental en el ámbito del control cooperativo de sistemas multiagentes. En el control de formación, el objetivo es lograr que todos los robots alcancen y mantengan una configuración geométrica predefinida. En [2], se considera un enjambre de nano Quad-Rotors que vuelan en formación en interiores, y se propuso un método para rastrear múltiples Quad-Rotors con identificadores. En [4], se considera un control de formación que posee estabilidad en tiempo fijo para un equipo de Quad-Rotors que transportan, cooperativamente, una carga suspendida bajo un esquema líder-seguidor. Dicho esquema de control incluye un observador para compensar las perturbaciones que afectan la dinámica de posición.

En [6], se aborda el desafío de desarrollar sistemas complejos que operen en entornos inciertos, este trabajo presenta una visión general de las soluciones de vanguardia en sistemas emergentes, autoorganización, autoadaptación y robótica. En [7], se propone un controlador geométrico para la transferencia de una carga con Quad-Rotors. En [8], se aborda el

diseño de un controlador robusto para un conjunto de Quad-Rotors que forman un patrón geométrico. La estrategia de control propuesta se basa en técnicas de modos deslizantes y es capaz de regular robustamente las posiciones y ángulos correspondientes de los Quad-Rotors en presencia de una clase de perturbaciones.

En [9], se presenta un esquema de control de seguimiento de trayectorias de Quad-Rotors. El método combina un control predictivo basado en el modelo y optimización cooperativa de enjambre de partículas. Se utilizaron dos enjambres distintos para ajustar los parámetros de posición y orientación, trabajando de manera colaborativa para mejorar el rendimiento del seguimiento de las trayectorias.

El diseño de controladores robustos es un tema común para tareas de formación en grupos de Quad-Rotors. En [10], se presenta un control de formación para un patrón geométrico variante en el tiempo. Se emplea una estrategia de control en cascada basada en modos deslizantes, el diseño del controlador se basa en la linealización de los controladores virtuales, los cuales generan las señales de referencia correspondientes al alabeo, al cabeceo y empuje total. Por otro lado, en [19], se presenta de seguimiento de trayectorias en un Quad-Rotor. Se emplea una estrategia de control en cascada por modos deslizantes, el diseño del controlador no requiere la linealización de los controladores virtuales. Esto implica que el resultado en [10] es local, *i.e.*, para ángulos pequeños, mientras que en [19] no tiene dicha restricción.

Motivados por estos trabajos, en este artículo presenta el diseño de control de formación en cascada en un sistema multiagente utilizando controladores PIDs, y controladores por modos deslizantes continuos (Super-Twisting [12], Twisting [13], singular terminal [14] y no singular terminal [15]) para abordar el problema de formación en un grupo de Quad-Rotors, donde los controladores virtuales no requieren linealización. Además, se realiza un estudio comparativo entre los diferentes controladores aplicando un índice de desempeño.

La estructura del documento es la siguiente: en la Sección II se discute el planteamiento del problema. Los conceptos preliminares están descritos en la Sección III. El diseño de control de formación se describe en la Sección IV. Los resultados de simulación se muestran en la Sección V. Por último, se presentan las conclusiones en la Sección VI.

Notación: También se utilizará la siguiente notación. $\|\cdot\|$ representa la norma Euclidiana en $\mathbb{R}^n$; para el caso en el que $w \in \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^m$ sea una función medible de Lebesgue, se define la norma $\|w\|_{[t_0, t_1]} = \text{esssup}_{t \in [t_0, t_1]} \|w(t)\|$, entonces $\|w\|_\infty = \|w\|_{[0, +\infty)}$. Al conjunto de $w(t)$ con la propiedad

$\|w\|_\infty < +\infty$ se le denota como $\mathcal{L}_\infty$, y $\mathcal{L}_D = \{w \in \mathcal{L}_\infty : \|w\|_\infty \leq D\}$ para $D > 0$. La función $[a]^\gamma := |a|^\gamma \text{sign}(a)$ para cualquier $a \in \mathbb{R}$ y $\gamma \in \mathbb{R}_{\geq 0}$.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considere un sistema de n Quad-Rotors, donde el i -ésimo de ellos posee la siguiente dinámica simplificada (observar la Figura 1, y para detalles del modelado, consultar [16]):

$$\dot{\xi}_{1i} = \xi_{2i}, \quad (1a)$$

$$\dot{\xi}_{2i} = g_{\xi i}(\eta_{1i})u_{mi} - G_i - \Lambda_{\xi i}\xi_{2i} + d_{\xi i}, \quad (1b)$$

$$\dot{\eta}_{1i} = \eta_{2i}, \quad (1c)$$

$$\dot{\eta}_{2i} = J_i\tau_i + \Xi_i w_{\eta i}(\eta_{2i}) - \Lambda_{\eta i}\eta_{2i} + d_{\eta i}, \quad (1d)$$

con $i = 1, 2, \dots, n = \overline{1, n}$, donde $\xi_{1i} := [x_i \ y_i \ z_i]^\top \in \mathbb{R}^3$, $\xi_{2i} := [\dot{x}_i \ \dot{y}_i \ \dot{z}_i]^\top \in \mathbb{R}^3$, $\eta_{1i} := [\phi_i \ \theta_i \ \psi_i]^\top \in \mathbb{R}^3$, $\eta_{2i} := [\dot{\phi}_i \ \dot{\theta}_i \ \dot{\psi}_i]^\top \in \mathbb{R}^3$, $d_{\xi i} := [d_{x_i} \ d_{y_i} \ d_{z_i}]^\top \in \mathbb{R}^3$ y $d_{\eta i} := [d_{\phi_i} \ d_{\theta_i} \ d_{\psi_i}]^\top \in \mathbb{R}^3$. Los términos $x_i, y_i \in \mathbb{R}$ denotan las coordenadas en el plano horizontal, $z_i \in \mathbb{R}$ describe la posición vertical; ϕ_i, θ_i y $\psi_i \in \mathbb{R}$ representan los ángulos de inclinación alrededor del eje X (alabeo), el eje Y (cabeceo), y el eje Z (guiñada), respectivamente. Por otro lado, $G_i := [0 \ 0 \ g]^\top \mathbb{R}^3$, $J_i := \text{diag}(J_{x_i}^{-1}, J_{y_i}^{-1}, J_{z_i}^{-1}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\tau_i := [\tau_{\phi_i} \ \tau_{\theta_i} \ \tau_{\psi_i}]^\top \in \mathbb{R}^3$, corresponden al vector de gravedad, a la matriz de inercia, y al vector de momento angular, con g como la aceleración gravitacional, J_{x_i}, J_{y_i} y J_{z_i} como los momentos de inercia en los ejes X, Y y Z , mientras que $\tau_{\phi_i}, \tau_{\theta_i}$ y $\tau_{\psi_i} \in \mathbb{R}$ son los momentos angulares de alabeo, cabeceo y guiñada, respectivamente. El término $u_{m_i} := u_i/m_i$, donde $u_i \in \mathbb{R}$ representa el empuje en Z y $m_i \in \mathbb{R}^+$ representa la masa de cada Quad-Rotor. Las matrices $\Lambda_{\xi i} := \text{diag}(a_{x_i}, a_{y_i}, a_{z_i}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $\Lambda_{\eta i} := \text{diag}(a_{\phi_i}, a_{\theta_i}, a_{\psi_i}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $\Xi_i := \text{diag}(b_{\phi_i}, b_{\theta_i}, b_{\psi_i}) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, están dadas por los coeficientes de amortiguación aerodinámicos a_{x_i}, a_{y_i} y a_{z_i} , los coeficientes de resistencia rotacional de momento a_{ϕ_i}, a_{θ_i} y a_{ψ_i} , y los coeficientes de inercia $b_{\phi_i} := (J_{y_i} - J_{z_i})/J_{x_i}$, $b_{\theta_i} := (J_{z_i} - J_{x_i})/J_{y_i}$ y $b_{\psi_i} := (J_{x_i} - J_{y_i})/J_{z_i}$. Las funciones $g_{\xi i} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ y $w_{\eta i} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ se definen de la siguiente manera: $g_{\xi i}(\eta_{1i}) := [\cos \phi_i \sin \theta_i \cos \psi_i + \sin \phi_i \sin \psi_i \cos \phi_i \sin \theta_i \sin \psi_i - \sin \phi_i \cos \psi_i \cos \phi_i \cos \theta_i]^\top$ y $w_{\eta i}(\eta_{2i}) := [\dot{\theta}_i \dot{\psi}_i \ \dot{\phi}_i \dot{\psi}_i \ \dot{\psi}_i \dot{\theta}_i]^\top$. Los términos $d_x, d_y, d_z, d_{\phi_i}, d_{\theta_i}$ y $d_{\psi_i} \in \mathbb{R}$ representan las perturbaciones dadas por incertidumbres y perturbaciones externas, e.g., algunas dinámicas no modeladas y ráfagas de viento.

Suposición 1: Las perturbaciones son uniformemente acotadas y Lipschitz continuas, i.e., $d_{x_i} \in \mathcal{L}_{D_{x_i}}, d_{y_i} \in \mathcal{L}_{D_{y_i}}, d_{z_i} \in \mathcal{L}_{D_{z_i}}, \dot{d}_{x_i} \in \mathcal{L}_{D_{x_i}}, \dot{d}_{y_i} \in \mathcal{L}_{D_{y_i}}, \dot{d}_{z_i} \in \mathcal{L}_{D_{z_i}}, d_{\phi_i} \in \mathcal{L}_{D_{\phi_i}}, d_{\theta_i} \in \mathcal{L}_{D_{\theta_i}}, d_{\psi_i} \in \mathcal{L}_{D_{\psi_i}}, \dot{d}_{\phi_i} \in \mathcal{L}_{D_{\phi_i}}, \dot{d}_{\theta_i} \in \mathcal{L}_{D_{\theta_i}}, \dot{d}_{\psi_i} \in \mathcal{L}_{D_{\psi_i}}$, con constantes positivas $D_{x_i}, D_{y_i}, D_{z_i}, D_{\phi_i}, D_{\theta_i}, D_{\psi_i}, \bar{D}_{x_i}, \bar{D}_{y_i}, \bar{D}_{z_i}, \bar{D}_{\phi_i}, \bar{D}_{\theta_i}, \bar{D}_{\psi_i}$.

Note que perturbaciones como las ráfagas de viento pueden ser modeladas como señales sinusoidales con diversas frecuencias, lo que las convierte en perturbaciones acotadas y, por ende, Lipschitz continuas.

Este artículo tiene como objetivo el diseño de controladores basados en una combinación de Control por Modos Deslizantes Continuos (SMC) y controladores PIDs para abordar el problema de la formación de un grupo de Quad-Rotors, empleando un esquema multiagente con enfoque en el líder. Además, se realiza un análisis comparativo entre los diferentes controladores, utilizando resultados de simulación, con el propósito de identificar el esquema de control presenta el mejor desempeño.

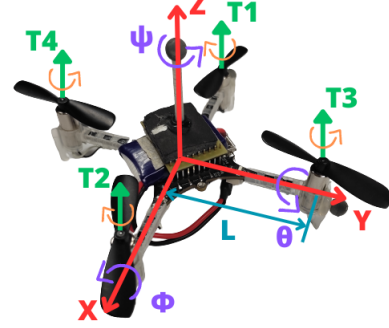


Figura 1. Representación esquemática del Quad-Rotor

III. PRELIMINARES

Se considera la siguiente ecuación diferencial variante en el tiempo, y que está representada como [17]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x(t)), \quad t \geq t_0, \quad t_0 \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función continua con respecto a x y medible con respecto a t , además $f(t, 0) = 0$. Se asume que la solución de (2), para una condición inicial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ en un tiempo $t_0 \in \mathbb{R}$, está dada por $x(t, t_0, x_0)$, y está definida en algún intervalo de tiempo $[t_0, t_0 + T)$, donde $0 \leq T < \infty$. Se considera Ω como un subconjunto abierto de $\mathbb{R}^n$, tal que $0 \in \Omega$.

Definición 1: [17], [18]. En el punto de equilibrio $x = 0$, el sistema (2) se caracteriza de la siguiente manera:

- Es Uniformemente Estable (UE), si para cualquier $\epsilon > 0$, existe un $\delta(\epsilon)$ tal que para cualquier $x_0 \in \Omega$, si $\|x_0\| \leq \delta(\epsilon)$, entonces $\|x(t, t_0, x_0)\| \leq \epsilon$ para todo $t \geq t_0$, para cualquier $t_0 \in \mathbb{R}$.
- Es Uniformemente Exponencialmente Estable (UEE), si cumple la condición de UE y tiene convergencia exponencial desde Ω , es decir, para cualquier $x_0 \in \Omega$, se cumple que $\|x(t, t_0, x_0)\| \leq k \cdot \|x_0\| \cdot e^{-\gamma(t-t_0)}$ con $k, \gamma > 0$ para todo $t \geq t_0$ y cualquier $t_0 \in \mathbb{R}$.
- Es Uniformemente Estable en Tiempo-Finito (UETF), si cumple la condición de UE y converge en un tiempo finito desde Ω , es decir, para cualquier $x_0 \in \Omega$, existe un $0 \leq T_{x_0} < +\infty$ tal que $x(t, t_0, x_0) = 0$ para todo $t \geq t_0 + T_{x_0}$ y cualquier $t_0 \in \mathbb{R}$. La función $T_0(x_0) = \inf\{T_{x_0} \geq 0 : x(t, t_0, x_0) = 0, \forall t \geq t_0 + T_{x_0}\}$ se denomina tiempo de establecimiento del sistema (2).

Si $\Omega = \mathbb{R}^n$, entonces se dice que $x = 0$ es globalmente UE (GUE), UEE (GUEE) o UETF (GUETF), respectivamente.

Definición 2: [1]. Un grafo de formación $\mathcal{G} = \{N, E, C\}$, está compuesto por un conjunto de nodos $N = \{R_1, \dots, R_n\}$, que corresponden a cada agente; un conjunto de aristas $E = \{(R_j R_i) \in N \times N, |, i = j\}$, que indica que el agente R_i recibe información del agente R_j ; y un conjunto de etiquetas $C = \{c_{ji} \in \mathbb{R}^3, |, (R_j R_i) \in N \times N, i = j\}$, que representa un vector de posición relativa deseada del agente R_i con respecto al agente R_j . Además, considérese $N_i \subset N$ como el conjunto de posiciones detectables del agente R_i .

A continuación, se introducen las siguientes afirmaciones:

- El agente R_n se considera el agente líder, y los demás agentes como seguidores.
- Si $N_n = \emptyset$, significa que el agente líder no recibe información de ningún otro agente.
- Los vectores de formación deseados c_{ji} son invariantes en el tiempo, es decir, $c_{ji} = [c_{jix}, c_{jiy}, c_{jiz}]^T$.
- La trayectoria deseada, para el agente líder R_n , se define como $\xi_d = [x_d, y_d, z_d]^T$ y $\eta_d = [\phi_{*n}, \theta_{*n}, \psi_d]$, donde x_d, y_d, z_d y $\psi_d \in \mathcal{C}^\infty$ son algunas trayectorias deseadas a seguir, mientras que ϕ_{*n} y θ_{*n} son señales de referencia generadas con unos controles virtuales (serán diseñados más adelante). La trayectoria deseada es continua y acotada.

Suposición 2: El líder es el único agente capaz de conocer la trayectoria deseada.

Suposición 3: En el grafo estudiado, el líder tiene un árbol de expansión dirigido, es decir, hay caminos dirigidos desde el líder hacia todos los demás agentes.

Observación 1: La suposición 3, indica que ningún agente quedará aislado. De esta manera, se asegura que los agentes converjan hacia la formación deseada utilizando la cantidad mínima de información que los agentes necesitan conocer.

IV. ESTRATEGIA DE CONTROL

A continuación, se presenta una estrategia de control basada en tres controladores PID y tres controladores por modos deslizantes continuos con diferentes leyes de control (PID, TC, STA, STSMC, NTSMC) y seis observadores por modos deslizantes en tiempo finito [19]. El diseño del control de formación propuesto aborda una estrategia de un grupo de n Quad-Rotors, y se considera el grafo de formación presentado en la Figura 2.

A. Observador por modos deslizantes en tiempo finito (FT-SMO)

Se considera el sistema (1) y se propone el siguiente observador (basado en [19]):

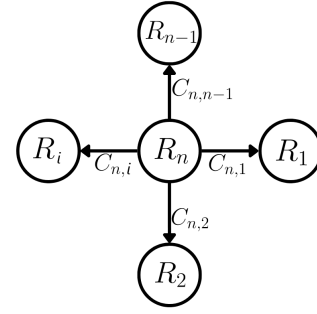


Figura 2. Grafo de formación centrado en el líder.

$$\dot{\hat{\xi}}_{1i} = \hat{\xi}_{2i} + \hat{K}_{1i} \varphi_{1i}(\hat{e}_{\xi i}), \quad (3a)$$

$$\dot{\hat{\xi}}_{2i} = g_{\xi i}(\eta_{1i}) u_{mi} - G_i - \Lambda_{\xi i} \xi_{2i} + \hat{\xi}_{3i} + \hat{K}_{2i} \varphi_{2i}(\hat{e}_{\xi i}), \quad (3b)$$

$$\dot{\hat{\xi}}_{3i} = \hat{K}_{3i} \varphi_{3i}(\hat{e}_{\xi i}), \quad (3c)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_{1i} = \hat{\eta}_{2i} + \hat{K}_{4i} \varphi_{1i}(\hat{e}_{\eta i}), \quad (3c)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_{2i} = J_i \tau_i + \Xi_i w_i(\eta_{2i}) - \Lambda_{\eta i} \eta_{2i} + \hat{\eta}_{3i} + \hat{K}_{5i} \varphi_{2i}(\hat{e}_{\eta i}), \quad (3d)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_{3i} = \hat{K}_{6i} \varphi_{3i}(\hat{e}_{\eta i}), \quad (3e)$$

donde $\hat{e}_{\xi i} := \xi_{1i} - \hat{\xi}_{1i} \in \mathbb{R}^3$ y $\hat{e}_{\eta i} := \eta_{1i} - \hat{\eta}_{1i} \in \mathbb{R}^3$ son los errores de salida; las inyecciones de salida no lineales $\varphi_{1i}, \varphi_{2i}, \varphi_{3i} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ están dadas como

$$\varphi_{1i}(s) := [s]^{\frac{2}{3}}, \quad \varphi_{2i}(s) := [s]^{\frac{1}{3}}, \quad \varphi_{3i}(s) := [s]^0$$

con $[s]^\gamma := [[s_1]^\gamma \quad [s_2]^\gamma \quad [s_3]^\gamma]^T$, y una matriz diagonal de ganancias $\hat{K}_{ji} = \text{diag}(k_{j1i}, k_{j2i}, k_{j3i})$ con $j = \overline{1, 6}$. Se define el error de estado de estimación como $\hat{e} := [\hat{e}_{\xi i}^T \quad \hat{e}_{\eta i}^T]^T$, donde $\hat{e}_{\xi i} := \xi_{2i} - \hat{\xi}_{2i}$ y $\hat{e}_{\eta i} := \eta_{2i} - \hat{\eta}_{2i}$ son los errores de velocidad lineal y angular, respectivamente.

Basados en [19], si es utilizado el observador (3), es aplicado al sistema (1), y las ganancias se seleccionan como:

$$\begin{aligned} \hat{k}_{11i} &= 2\bar{D}_x^{\frac{1}{3}}, & \hat{k}_{12i} &= 1.5\bar{D}_x^{\frac{1}{2}}, & \hat{k}_{13i} &= 1.1\bar{D}_x, \\ \hat{k}_{21i} &= 2\bar{D}_y^{\frac{1}{3}}, & \hat{k}_{22i} &= 1.5\bar{D}_y^{\frac{1}{2}}, & \hat{k}_{23i} &= 1.1\bar{D}_y, \\ \hat{k}_{31i} &= 2\bar{D}_z^{\frac{1}{3}}, & \hat{k}_{32i} &= 1.5\bar{D}_z^{\frac{1}{2}}, & \hat{k}_{33i} &= 1.1\bar{D}_z, \\ \hat{k}_{41i} &= 2\bar{D}_\phi^{\frac{1}{3}}, & \hat{k}_{42i} &= 1.5\bar{D}_\phi^{\frac{1}{2}}, & \hat{k}_{43i} &= 1.1\bar{D}_\phi, \\ \hat{k}_{51i} &= 2\bar{D}_\theta^{\frac{1}{3}}, & \hat{k}_{52i} &= 1.5\bar{D}_\theta^{\frac{1}{2}}, & \hat{k}_{53i} &= 1.1\bar{D}_\theta, \\ \hat{k}_{61i} &= 2\bar{D}_\psi^{\frac{1}{3}}, & \hat{k}_{62i} &= 1.5\bar{D}_\psi^{\frac{1}{2}}, & \hat{k}_{63i} &= 1.1\bar{D}_\psi, \end{aligned}$$

entonces, $\hat{e} = 0$, es Uniformemente Estable en Tiempo Finito (UETF).

B. Identificación de perturbaciones

Se define $\hat{e}_{\xi i} := d_{\xi i}(t) - \hat{\xi}_{3i}$ y $\hat{e}_{\eta i} := d_{\eta i}(t) - \hat{\eta}_{3i}$. Por lo tanto, la correspondiente dinámica de error puede ser escrita de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_{\xi i} &= \hat{e}_{\xi i} - \hat{K}_{1i} \varphi_{1i}(\hat{e}_{\xi i}), & \dot{\hat{e}}_{\eta i} &= \hat{e}_{\eta i} - \hat{K}_{4i} \varphi_{1i}(\hat{e}_{\eta i}), \\ \dot{\hat{e}}_{\xi i} &= \hat{e}_{\xi i} - \hat{K}_{2i} \varphi_{2i}(\hat{e}_{\xi i}), & \dot{\hat{e}}_{\eta i} &= \hat{e}_{\eta i} - \hat{K}_{5i} \varphi_{2i}(\hat{e}_{\eta i}), \\ \dot{\hat{e}}_{\xi i} &= \hat{e}_{\xi i} - \hat{K}_{3i} \varphi_{3i}(\hat{e}_{\xi i}), & \dot{\hat{e}}_{\eta i} &= \hat{e}_{\eta i} - \hat{K}_{6i} \varphi_{3i}(\hat{e}_{\eta i}). \end{aligned}$$

Entonces esta dinámica del error es UETF, lo cual implica que $\hat{\xi}_{1i} = \xi_{1i}$, $\hat{\xi}_{2i} = \xi_{2i}$, $\hat{\xi}_{3i} = d_{\xi}$, $\hat{\eta}_{1i} = \eta_{1i}$, $\hat{\eta}_{2i} = \eta_{2i}$, $\hat{\eta}_{3i} = d_{\eta}$, para todo $t \geq T_0 > 0$. Si la suposición 1 se cumple, entonces el FT-SMO, dado por (3), proporciona las siguientes identificaciones de perturbaciones para todo $t \geq T_0$

$$\hat{\xi}_{3i} = [\hat{\xi}_{x3i} \ \hat{\xi}_{y3i} \ \hat{\xi}_{z3i}]^T = [d_x(t) \ d_y(t) \ d_z(t)]^T, \quad (4a)$$

$$\hat{\eta}_{3i} = [\hat{\eta}_{x3i} \ \hat{\eta}_{y3i} \ \hat{\eta}_{z3i}]^T = [d_{\phi}(t) \ d_{\theta}(t) \ d_{\psi}(t)]^T. \quad (4b)$$

Dichos términos de identificación se pueden utilizar para fortalecer cualquier tipo de estrategia de controladores continuos.

C. Diseño de control

Con base en la Definición 2 y 3, y el grafo de formación centrado en el líder, los errores de formación para los agentes $j = \overline{1, n-1}$ están dados de la siguiente manera

$$\begin{aligned} e_{\xi j} &= \xi_{1j} - \xi_{1n} - C_{n,j}, \quad e_{\xi j} = \hat{\xi}_{2j} - \xi_{2n}, \\ e_{\eta j} &= \eta_{1j} - \eta_{dj}, \quad e_{\eta j} = \hat{\eta}_{2j} - \dot{\eta}_{dj}, \end{aligned}$$

donde $C_{n,j} \in \mathbb{R}^3$ es el vector de formación con respecto al líder y $\eta_{dj} = [\phi_{*j} \ \theta_{*j} \ \psi_n]^T \in \mathbb{R}^3$, con ϕ_{*j} y θ_{*j} ciertas señales de referencia que se diseñan más adelante.

Por otro lado, el error de seguimiento del agente líder n está dado como

$$\begin{aligned} e_{\xi n} &= \xi_{1n} - \xi_d, \quad e_{\xi n} = \hat{\xi}_{2n} - \dot{\xi}_d, \\ e_{\eta n} &= \eta_{1n} - \eta_d, \quad e_{\eta n} = \hat{\eta}_{2n} - \dot{\eta}_d, \end{aligned}$$

donde $\eta_d = [\phi_{*n} \ \theta_{*n} \ \psi_d]^T \in \mathbb{R}^3$, con las referencias ϕ_{*n} y θ_{*n} que también se diseñan más adelante.

Debido a la naturaleza subactuada de los Quad-Rotors (cuatro entradas para 6 grados de libertad), dos grados de libertad no pueden ser “controlados” de manera independiente. Por lo general, estos grados de libertad corresponden al cabeceo y al alabeo, los cuales son diseñados como señales de referencia, siendo denotadas como ϕ_{*i} , θ_{*i} .

De esta manera, a la dinámica del error de posición se le introduce un controlador virtual: $\nu_i := [\nu_{xi} \ \nu_{yi} \ \nu_{zi}]^T$, y entonces, la dinámica del error de formación toma la siguiente forma:

$$\dot{e}_{\xi i} = e_{\xi i}, \quad (5a)$$

$$\dot{e}_{\xi i} = \nu_i + \omega_{\xi i}(\eta_{1i}, u_{mi}, \nu_i) - \Lambda_{\xi i} \xi_{2i} + d_{\xi i} - \ddot{\xi}_{di}, \quad (5b)$$

$$\dot{e}_{\eta i} = e_{\eta i}, \quad (5c)$$

$$\dot{e}_{\eta i} = J_i \tau_i + \Xi_i \omega_{\eta i}(\eta_{2i}) - \Lambda_{\eta i} \eta_{2i} + d_{\eta i} - \ddot{\eta}_{di}, \quad (5d)$$

donde $\omega_{\xi i}(\eta_{1i}, u_{mi}, \nu_i) = g_{\xi i}(\eta_{1i})u_{mi} - G_i - \nu_i$. Entonces, el control virtual ν_i podría ser seleccionado como:

$$\nu_{xi} = u_{mi}(\cos \phi_{*i} \sin \theta_{*i} \cos \psi_{di} + \sin \phi_{*i} \sin \psi_{di}), \quad (6a)$$

$$\nu_{yi} = u_{mi}(\sin \phi_{*i} \sin \theta_{*i} \sin \psi_{di} - \sin \phi_{*i} \cos \psi_{di}), \quad (6b)$$

$$\nu_{zi} = u_{mi}(\cos \phi_{*i} \cos \theta_{*i}), \quad (6c)$$

donde $i = \overline{1, n}$, $\psi_{di} = \psi_n$, salvo en $i = n$, siendo $\psi_n = \psi_d$; las señales de referencia para cada agente de (6) están dadas por:

$$u_i = m_i \sqrt{\nu_{xi}^2 + \nu_{yi}^2 + (\nu_{zi} + g)^2}, \quad (7a)$$

$$\phi_{*i} = \arcsen(u_{mi}^{-1}(\nu_{xi} \sin \psi_{di} - \nu_{yi} \cos \psi_{di})), \quad (7b)$$

$$\theta_{*i} = \arctan(\nu_{zi} + g)^{-1}(\nu_{xi} \cos \psi_{di} + \nu_{yi} \sin \psi_{di}). \quad (7c)$$

Las señales obtenidas en (7), ayudarán a que el sistema logre el vuelo deseado. Por otro lado, el control virtual ν_i , y el momento angular τ_i tienen la siguiente forma

$$\nu_i = \bar{\nu}_i + \Lambda_{\xi i} \xi_{2i} + \ddot{\xi}_{di} - \dot{\xi}_{3i}, \quad (8a)$$

$$\tau_i = J_i^{-1}(\bar{\tau}_i - \Xi w_{\eta i}(\eta_{2i}) + \Lambda_{\eta i} \eta_{2i} + \ddot{\eta}_{di} - \dot{\eta}_{3i}). \quad (8b)$$

Los controladores virtuales $\bar{\nu}_i = [\bar{\nu}_{xi} \ \bar{\nu}_{yi} \ \bar{\nu}_{zi}]^T$ son diseñados como PIDs, dados por:

$$\bar{\nu}_{xi} = k_{0xi} e_{xi} + k_{1xi} e_{xi} + k_{2xi} e_{xi}, \quad (9a)$$

$$\bar{\nu}_{yi} = k_{0yi} e_{yi} + k_{1yi} e_{yi} + k_{2yi} e_{yi}, \quad (9b)$$

$$\bar{\nu}_{zi} = k_{0zi} e_{zi} + k_{1zi} e_{zi} + k_{2zi} e_{zi}, \quad (9c)$$

donde, $e_{\xi i} = [e_{xi} \ e_{yi} \ e_{zi}]^T$, $e_{\eta i} = [e_{xi} \ e_{yi} \ e_{zi}]^T$, $e_{\xi i} = \int_0^t e_{\xi i}(\tau) d\tau = [e_{xi} \ e_{yi} \ e_{zi}]^T$, y k_{xi} , k_{yi} , k_{zi} , con $i = \overline{1, n}$ y $l = \overline{0, 2}$, tienen la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k_{0xi} & k_{1xi} & k_{2xi} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k_{0yi} & k_{1yi} & k_{2yi} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k_{0zi} & k_{1zi} & k_{2zi} \end{bmatrix},$$

son Hurwitz. Los momentos angulares $\bar{\tau} = [\bar{\tau}_{\phi i} \ \bar{\tau}_{\theta i} \ \bar{\tau}_{\psi i}]^T$, serán diseñados utilizando los siguientes controladores

a) PID:

$$\bar{\tau}_{li} = k_{0li} e_{li} + k_{1li} e_{li} + k_{2li} e_{li}, \quad (10)$$

las ganancias k_{jli} , con $i = \overline{1, n}$ y $j = \overline{0, 2}$, tiene la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k_{0li} & k_{1li} & k_{2li} \end{bmatrix},$$

con $l = \phi, \theta, \psi$, y con valores asignados tal que cumplan Hurwitz.

b) Algoritmo Super-Twisting (STA) [12]:

$$\begin{aligned} s_{li} &= e_{li} + k_{0i} e_{li}, \\ \bar{\tau}_{li} &= v_{li} - k_{11i} [s_{li}]^{\frac{1}{2}}, \\ \dot{v}_{li} &= -k_{12i} [s_{li}]^0, \end{aligned} \quad (11)$$

donde una posible selección de las ganancias está en el Cuadro I (para más detalles, ver [20]).

c) Control Twisting Continuo (TC) [13]:

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{li} &= v_i - k_{l0i} [e_{li}]^{\frac{1}{3}} - k_{l1i} [\varepsilon_{li}]^{\frac{1}{2}}, \\ \dot{v}_i &= -k_{l2i} [e_{li}]^0 - k_{l3i} [\varepsilon_{li}]^0, \end{aligned} \quad (12)$$

donde una posible selección de las ganancias está en el Cuadro II.

- d) Control Singular Terminal por Modos Deslizantes Continuos (STSMC) [14]:

$$\begin{aligned} s_{li} &= \varepsilon_{li} + k_{l0i} [e_{li}]^{\frac{2}{3}}, \\ \bar{\tau}_{li} &= v_i - k_{l1i} [s_{li}]^{\frac{1}{2}}, \\ \dot{v}_i &= -k_{l2i} [s_{li}]^0, \end{aligned} \quad (13)$$

donde una posible selección de las ganancias está en el Cuadro I.

- e) Control No Singular Terminal por Modos Deslizantes Continuos (NTSMC) [15]:

$$\begin{aligned} s_{li} &= e_{li} + k_{l0i} [\varepsilon_{li}]^{\frac{2}{3}}, \\ \bar{\tau}_{li} &= v_i - k_{l1i} [s_{li}]^{\frac{1}{3}}, \\ \dot{v}_i &= -k_{l2i} [s_{li}]^0 \end{aligned} \quad (14)$$

donde una posible selección de las ganancias está en el Cuadro III

Cuadro I
SELECCIÓN DE GANANCIAS DEL STA Y STSMC

	k_{l0i}	k_{l1i}	k_{l2i}	ζ
1	> 0	$1.5\zeta^{\frac{1}{2}}$	1.1ζ	> 0

Cuadro II
SELECCIÓN DE GANANCIAS DEL TC

	k_{l0i}	k_{l1i}	k_{l2i}	k_{l3i}	ζ
1	$25\zeta^{\frac{2}{3}}$	$15\zeta^{\frac{2}{3}}$	$2.3\zeta^{\frac{1}{2}}$	1.1ζ	> 0
2	$19\zeta^{\frac{2}{3}}$	$10\zeta^{\frac{2}{3}}$	$2.3\zeta^{\frac{1}{2}}$	1.1ζ	> 0
3	$13\zeta^{\frac{2}{3}}$	$7.5\zeta^{\frac{2}{3}}$	$2.3\zeta^{\frac{1}{2}}$	1.1ζ	> 0
4	$7\zeta^{\frac{2}{3}}$	$5\zeta^{\frac{2}{3}}$	$2.3\zeta^{\frac{1}{2}}$	1.1ζ	> 0

Cuadro III
SELECCIÓN DE GANANCIAS DEL NTSMC

	k_{l0i}	k_{l1i}	k_{l2i}	ζ
1	$20\zeta^{-\frac{1}{2}}$	$4.4\zeta^{\frac{2}{3}}$	$2.5\zeta^{\frac{1}{2}}$	> 0
2	$28.7\zeta^{-\frac{1}{2}}$	$4.5\zeta^{\frac{2}{3}}$	$2\zeta^{\frac{1}{2}}$	> 0
3	$7.7\zeta^{-\frac{1}{2}}$	$7.5\zeta^{\frac{2}{3}}$	$2\zeta^{\frac{1}{2}}$	> 0
4	$\zeta^{-\frac{1}{2}}$	$16\zeta^{\frac{2}{3}}$	$7\zeta^{\frac{1}{2}}$	> 0

De esta manera, aplicando el controlador (7a), (8a) y 9, es posible probar que la dinámica del error de formación (5a)-(5b) es Entrada-Estado Estable, con respecto a $e_{\eta i}$ (para más detalles, ver [19]). Por otro lado, aplicando el controlador (7b), (7b), (8b), y cualquiera de los controladores (12), (13) o (14), es posible probar que $(e_{\eta i}, \varepsilon_{\eta i})^\top = (0, 0)^\top$ es UETF. Cuando se aplican los controladores (10) o (11), $(e_{\eta i}, \varepsilon_{\eta i})^\top = (0, 0)^\top$ es UES (para más detalles, ver [19]).

Finalmente, como consecuencia de los resultados mencionados anteriormente, se obtiene que las trayectorias de la dinámica del error de formación (5) convergen a cero de manera uniforme y exponencial [19].

V. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Las siguientes perturbaciones son consideradas para la realización de las simulaciones: $d_x = (0.3 \sin(0.4t))$, $d_y = (0.3 \cos(0.4t))$, $d_z = (-0.5 + 0.1 \sin(0.4t) - 0.1 \sin(0.6t) + 0.1 \cos(0.8t))$, $d_\phi = (-0.5 + 0.2 \sin(0.4t) - 0.2 \sin(0.6t) + 0.2 \cos(0.6t))$, $d_\theta = (-0.5 + 0.2 \cos(0.8t) - 0.2 \sin(0.4t) + 0.2 \cos(0.8t))$, $d_\psi = (-0.5 + 0.2 \cos(0.8t) - 0.2 \sin(0.6t) + 0.2 \cos(0.8t))$.

Se consideran 5 agentes ($n = 5$). Los coeficientes de resistencia rotacional $a_{mi} = 1.52 \times 10^{-7}$ [Ns/rad], con $m = \phi, \theta, \psi$ y los coeficientes de amortiguación aerodinámica $a_{\alpha i} = 2.47 \times 10^{-7}$ [Ns/kgm], con $\alpha = x, y, z$, los momentos de inercia de los agentes $J_{xi} = 9.827 \times 10^{-5}$ [kg·m²], $J_{yi} = 8.185 \times 10^{-5}$ [kg·m²], $J_{zi} = 9.613 \times 10^{-5}$ [kg·m²], la masa de los agentes $m_i = 0.032$ [kg]. Las trayectorias deseadas del líder (R_5) están dadas por: $x_d = (\arctan(15) + \arctan(t - 15)) \cos(\frac{\pi}{5}t)$, $y_d = (\arctan(15) + \arctan(t - 15)) \sin(\frac{\pi}{5}t)$, $z_d = (1 + \tan((t - 5) - 2.5))$, $\psi_d = 0$; los vectores de formación son los siguientes $C_{51} = [1 \ 1 \ 0]^\top$, $C_{52} = [-1 \ 1 \ 0]^\top$, $C_{53} = [1 \ -1 \ 0]^\top$, $C_{54} = [-1 \ -1 \ 0]^\top$. Las ganancias seleccionadas de los controladores se muestran en el Cuadro VI, mientras que las ganancias de los observadores son $\hat{K}_{1i} = 4.0716I_{3 \times 3}$, $\hat{K}_{2i} = 2.3717I_{3 \times 3}$, $\hat{K}_{3i} = 2.75I_{3 \times 3}$, $\hat{K}_{4i} = 4.3267I_{3 \times 3}$, $\hat{K}_{5i} = 2.5981I_{3 \times 3}$, y $\hat{K}_{6i} = 3.3I_{3 \times 3}$, para todo $i = \overline{1, n}$.

La Figura 3 muestra la trayectoria de los agentes, donde el agente R_5 es el agente líder. Para ilustrar el desempeño de los controladores, se propone el siguiente índice de desempeño:

$$f_{RMS}(t) = \left(\frac{1}{\Delta T} \int_{t-\Delta T}^t \|f(\sigma)\|^2 d\sigma \right)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

donde $f_{RMS} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ representa el error cuadrático medio de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$. Los resultados de los índices de desempeño del promedio de los errores de formación en (x_i, y_i, z_i, ψ_i) se muestran en la Figura 4, y las señales de control $(u_i, \tau_{\phi i}, \tau_{\theta i}, \tau_{\psi i})$ en la Figura 5, con $\Delta T = 2$. Los Cuadros IV y V, muestran las propiedades del promedio del índice de desempeño de las señales de los errores y de control. En lo que concierne a los errores, puede observarse que el mejor desempeño corresponde al controlador NTSMC; sin embargo, en lo que concierne a las entradas, el controlador STA es el mejor.

Cuadro IV
ÍNDICE DE DESEMPEÑO DE LOS ERRORES DE (x_i, y_i, z_i, ψ_i)

	$e_{xi} - RMS$	$e_{yi} - RMS$	$e_{zi} - RMS$	$e_{\psi i} - RMS$
PID	4.062×10^{-4}	0.001	8.461×10^{-4}	3.777×10^{-5}
TC	1.662×10^{-4}	6.648×10^{-4}	8.484×10^{-4}	3.406×10^{-7}
STA	4.358×10^{-4}	5.997×10^{-4}	8.485×10^{-4}	1.946×10^{-6}
STSMC	3.691×10^{-4}	0.001	8.484×10^{-4}	4.045×10^{-5}
NTSMC	1.029×10^{-4}	2.684×10^{-4}	2.684×10^{-4}	5.182×10^{-6}

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se llevó a cabo el diseño de controladores por modos deslizantes continuos (TC, STA, STSMC, NTSMC),

Cuadro V

ÍNDICE DE DESEMPEÑO DE LAS ENTRADAS DE CONTROL ($u_i, \tau_{\phi i}, \tau_{\theta i}, \tau_{\psi i}$)

	$u_i - RMS$	$\tau_{\phi i} - RMS$	$\tau_{\theta i} - RMS$	$\tau_{\psi i} - RMS$
PID	0.329	1.829×10^{-4}	5.921×10^{-5}	5.775×10^{-5}
TC	0.329	2.957×10^{-4}	2.458×10^{-4}	1.111×10^{-4}
STA	0.329	1.149×10^{-4}	8.903×10^{-5}	5.776×10^{-5}
STSMC	0.329	1.291×10^{-4}	1.073×10^{-4}	5.802×10^{-5}
NTSMC	0.329	0.003	0.002	0.001

Cuadro VI

PARÁMETROS DE LOS CONTROLADORES.

Parámetros						
	k_{0xi}	k_{0yi}	k_{0zi}	$k_{\phi 0i}$	$k_{\theta 0i}$	$k_{\psi 0i}$
PID	5	5	20	18	18	20
STA	5	5	20	12	12	2.8
TC	5	5	20	44.3147	44.3147	29.0099
STSMC	5	5	20	2.6	2.6	2.1
NTSMC	5	5	20	0.1051	0.1051	0.1054
Parámetros						
	k_{1xi}	k_{1yi}	k_{1zi}	$k_{\phi 1i}$	$k_{\theta 1i}$	$k_{\psi 1i}$
PID	28.5	28.5	155.2	180	180	200
STA	28.5	28.5	155.2	12.0934	12.0934	0.5293
TC	28.5	28.5	155.2	23.0434	23.0434	16.7705
STSMC	28.5	28.5	155.2	10.1181	10.1181	4.3732
NTSMC	28.5	28.5	155.2	322.6356	322.6356	321.3278
Parámetros						
	k_{2xi}	k_{2yi}	k_{2zi}	$k_{\phi 2i}$	$k_{\theta 2i}$	$k_{\psi 2i}$
PID	5.5	5.5	10	10	10	10
STA	5.5	5.5	10	71.50	71.50	0.1370
TC	5.5	5.5	10	5.4280	5.4280	2.8750
STSMC	5.5	5.5	10	50.05	50.05	9.350
NTSMC	5.5	5.5	10	633.8	633.8	630
Parámetros						
	k_{3xi}	k_{3yi}	k_{3zi}	$k_{\phi 3i}$	$k_{\theta 3i}$	$k_{\psi 3i}$
PID	—	—	—	—	—	—
STA	—	—	—	—	—	—
TC	—	—	—	2.5960	2.5960	1.3750
STSMC	—	—	—	—	—	—
NTSMC	—	—	—	—	—	—

además de un PID, para la formación de un grupo de n Quad-Rotors. Asimismo, se realizó un análisis comparativo de dichos controladores. En la estructura del controlador se utiliza un observador por modos deslizantes (FT-SMO), el cual estima las perturbaciones consideradas en el modelado del sistema multiagente. Dicho esquema es implementado como de tipo centrado en el líder. Debido a la robustez de los controladores, a pesar de las perturbaciones, todos demostraron un desempeño aceptable. Por otro lado, después del análisis comparativo, se observó que el controlador No Singular Terminal (NTSMC) muestra un mejor desempeño en los errores de formación, mientras que, a nivel de las señales de control, el controlador Super-Twisting Continuo (STA) posee el mejor desempeño.

REFERENCIAS

- [1] W. Ren and R. W. Beard, *Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control*. Springer, 2008, vol. 27, no. 2.
- [2] J. A. Preiss, W. Hönig, G. S. Sukhatme, and N. Ayanian, "Crazyswarm: A large nano-quadcopter swarm," in *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2017, pp. 3299–3304.

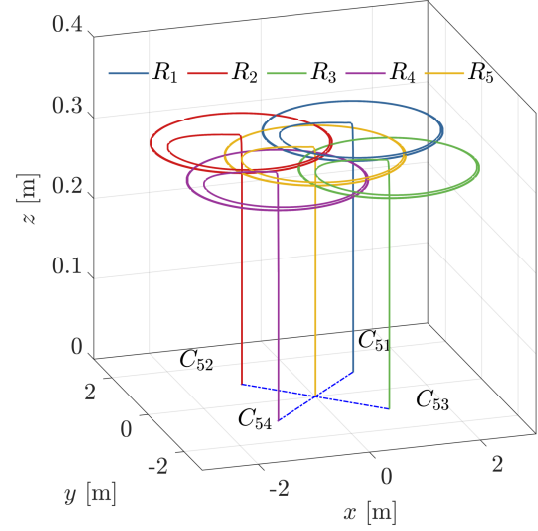


Figura 3. Trayectorias de los agentes.

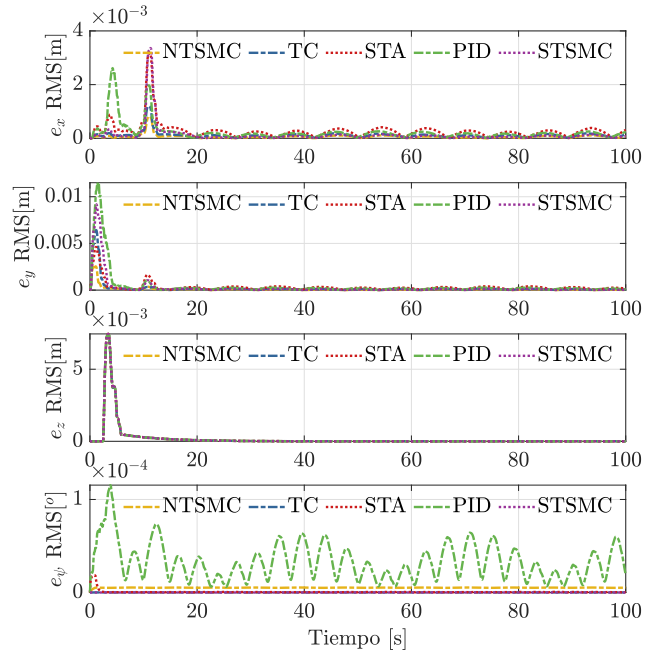


Figura 4. Índice de los errores de posición de los agentes.

- [3] I. Maza, K. Kondak, M. Bernard, and A. Ollero, "Multi-uav cooperation and control for load transportation and deployment," in *Selected papers from the 2nd International Symposium on UAVs, Reno, Nevada, USA June 8–10, 2009*. Springer, 2009, pp. 417–449.
- [4] O. Mechali, L. Xu, and X. Xie, "Formation flight control of networked-delayed quadrotors for cooperative slung load transportation," in *2022 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*, 2022, pp. 526–531.
- [5] K. McGuire, C. de Wagter, K. Tuyls, and H. Kappen, "Minimal navigation solution for a swarm of tiny flying robots to explore an unknown environment," *Science Robotics*, vol. 4, no. 35, 2019.
- [6] C.-E. Hrabia, M. Lützenberger, and S. Albayrak, "Towards adaptive

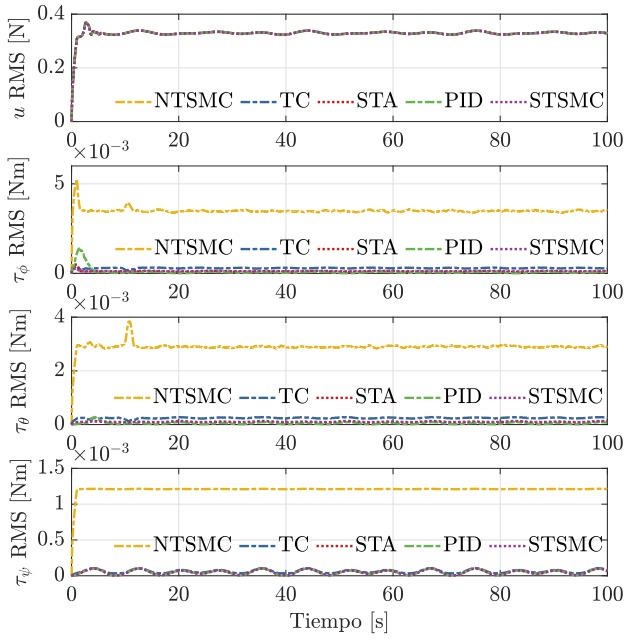


Figura 5. Índice de las señales de control de los agentes.

cation,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 66, no. 2, pp. 1264–1272, 2019.

- [20] R. Seeber and M. Horn, “Stability proof for a well-established super-twisting parameter setting,” *Automatica*, vol. 84, pp. 241–243, 2017.

multi-robot systems: self-organization and self-adaptation,” *The Knowledge Engineering Review*, vol. 33, p. e16, 2018.

- [7] M. Sharma and S. Sundaram, “A geometric control approach for multi-uav cooperative payload transfer,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 111, no. 11, pp. 10 077–10 096, 2023.
- [8] J. González-Sierra, H. Ríos, and A. Dzúl, “Leader-follower robust formation control for quad-rotors via continuous sliding-modes,” in *2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, 2017, pp. 1850–1857.
- [9] A. Kapnopoulos and A. Alexandridis, “A cooperative particle swarm optimization approach for tuning an mpc-based quadrotor trajectory tracking scheme,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 127, p. 107725, 2022.
- [10] J. González-Sierra, H. Ríos, and A. Dzúl, “Quad-rotor robust time-varying formation control: a continuous sliding-mode control approach,” *International Journal of Control*, vol. 93, no. 7, pp. 1659–1676, 2020.
- [11] R. Falcón, H. Ríos, and A. Dzúl, “Comparative analysis of continuous sliding-modes control strategies for quad-rotor robust tracking,” *Control Engineering Practice*, vol. 90, pp. 241–256, 2019.
- [12] A. Levant, “Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control,” *International Journal of Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247–1263, 1993.
- [13] V. Torres-González, T. Sanchez, L. M. Fridman, and J. A. Moreno, “Design of continuous twisting algorithm,” *Automatica*, vol. 80, pp. 119–126, 2017.
- [14] L. Fridman, J. A. Moreno, B. Bandyopadhyay, S. Kamal, and A. Chalanga, “Continuous nested algorithms: The fifth generation of sliding mode controllers,” *Recent advances in sliding modes: From control to intelligent mechatronics*, pp. 5–35, 2015.
- [15] S. Kamal, J. A. Moreno, A. Chalanga, B. Bandyopadhyay, and L. M. Fridman, “Continuous terminal sliding-mode controller,” *Automatica*, vol. 69, pp. 308–314, 2016.
- [16] L. R. G. Carrillo, A. E. D. López, R. Lozano, and C. Pégard, *Quad Rotorcraft Control*, ser. Advances in Industrial Control. Springer London, 2013.
- [17] H. K. Khalil, *Nonlinear control*. Pearson New York, 2015, vol. 406.
- [18] A. Polyakov, “Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 8, pp. 2106–2110, 2011.
- [19] H. Ríos, R. Falcón, O. A. González, and A. Dzúl, “Continuous sliding-mode control strategies for quadrotor robust tracking: Real-time appli-